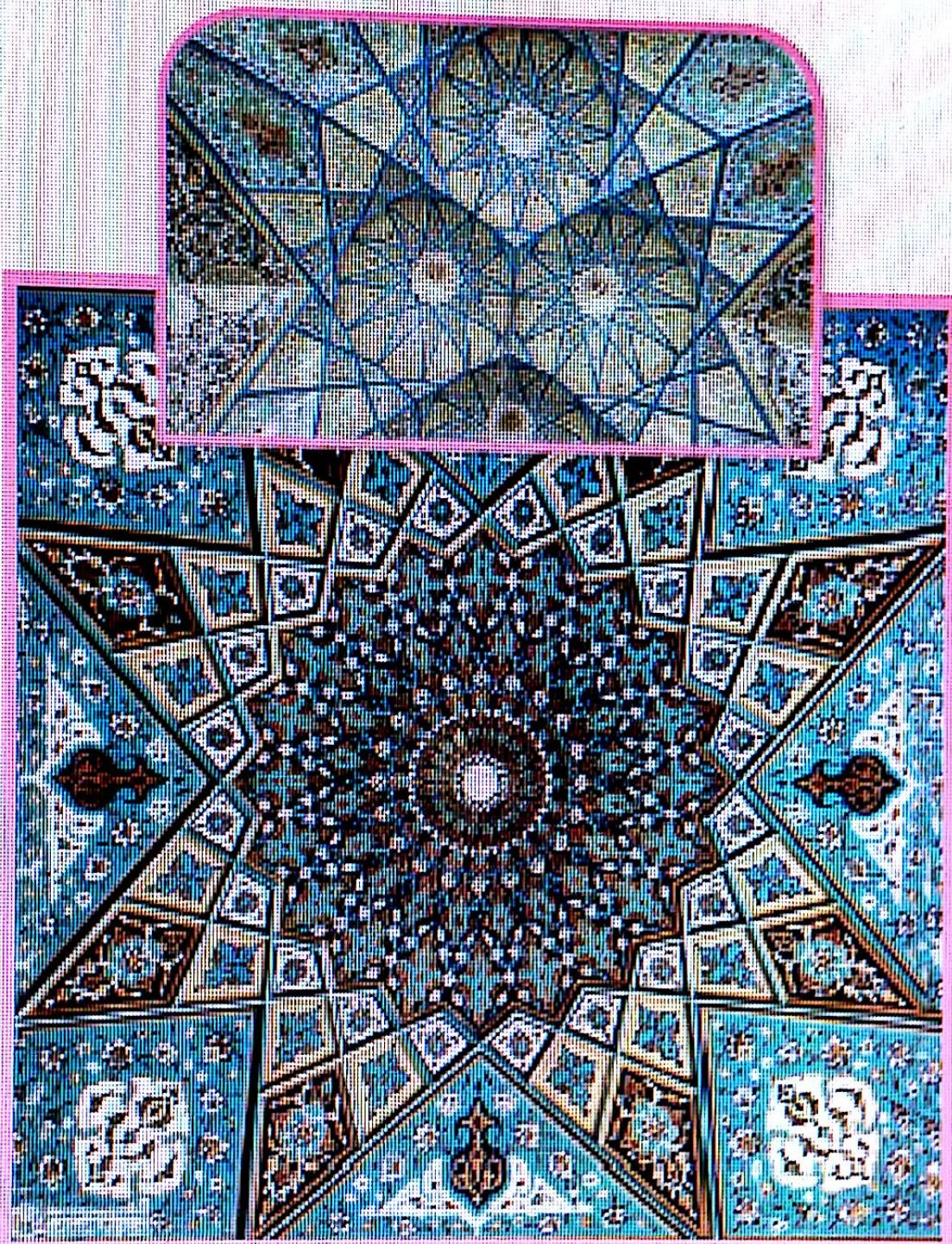


خط و معادله‌های خطی

شیل ۲

کاربرد هندسه و خطها در فرش بافی، کاشی کاری، نگارگری، خطاچی، گچبری، کتیبه نویسی، تذهیب و ... غیرقابل انکار، و بسیار حائز اهمیت است. از انواع خط برای ایجاد زاویه‌ها و جداسازی فضاهای استفاده‌های فراوان شده است.



بخشی از مسجد صحن و صرافی حرم مطیعه سید الشهداء، امام حسن (ع)

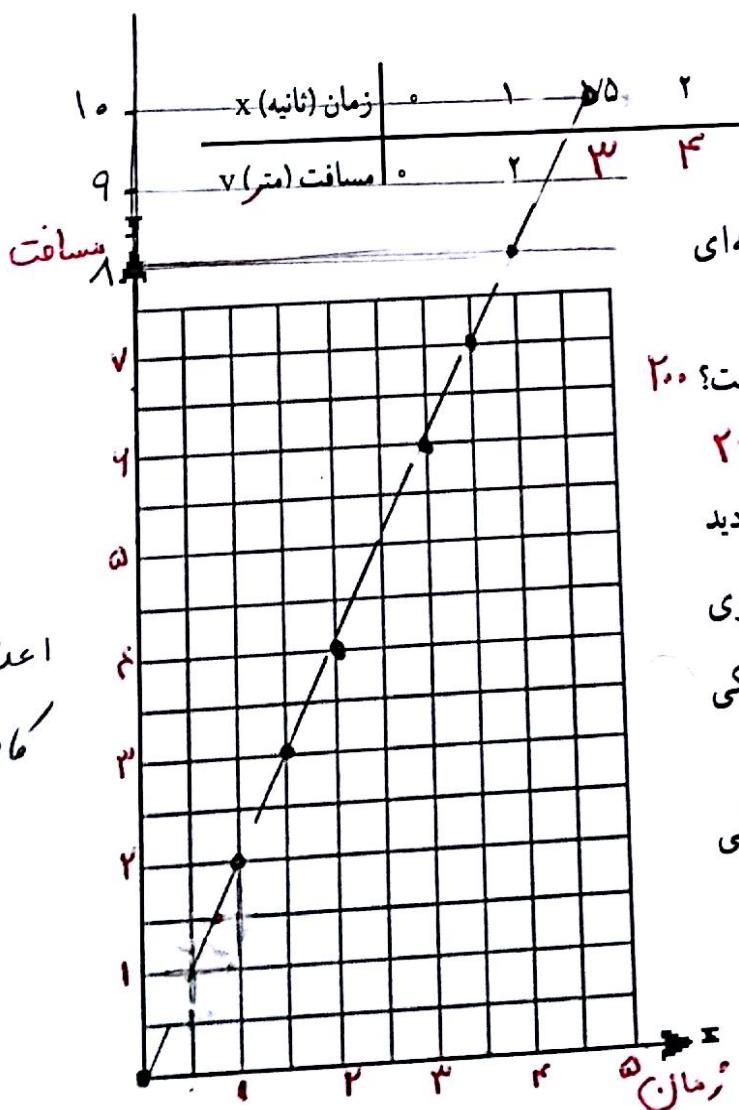


وقتی دوچرخه سواری در حال حرکت است، بین زمان و مسافت طی شده رابطه وجود دارد. بین زمان سوختن شمع و کوتاه شدن آن نیز رابطه‌ای دیده می‌شود. در الگوی عددی زیر نیز بین هر جمله و شماره آن رابطه‌ای هست که به صورت $n \rightarrow 2n$ نمایش داده شده است :

$$\begin{array}{ccccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & \dots & n \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & & \downarrow \\ 2 & 4 & 6 & 8 & \dots & 2n \end{array}$$

فالیت

دوچرخه سواری با سرعت ثابت دو متر در ثانیه در حال حرکت است؛ یعنی در هر ثانیه دو متر را طی می‌کند. جدول زیر را کامل کنید.



بین زمان و مسافت طی شده چه رابطه‌ای هست؟ **مسافت دوبرابر زمان می‌باشد**، پس از ۱۰۰ ثانیه چه مسافتی طی شده است؟ **۲۰۰** اگر x ثانیه بگذرد چه مسافتی طی شده است؟ **۲x** زوج عددی را که در جدول به دست آوردید به صورت $[x, y]$ نشان دهید و نمایش هر نقطه را روی نمودار مشخص کنید؛ این نقطه‌ها چه ویژگی مشترکی دارند؟ **در تمام نقطه دو برابر باشد**. اگر این نقطه‌ها را به هم وصل کیم چه شکلی به دست می‌آید؟ **خط راست**.



اعداد صحیح‌ها
ماضی سنت

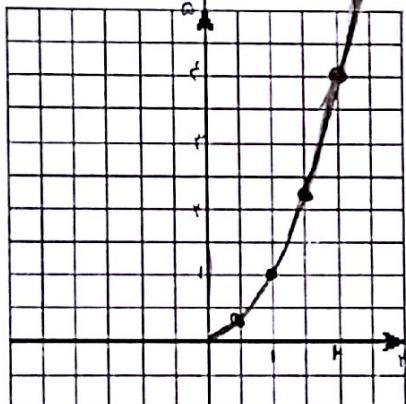
کار در کلاس

رازها

۱- اگر طول ضلع یک مربع را با x و محیط آن را با y نشان دهیم، چه رابطه‌ای بین x و y هست؟ $y = 4x$ است.

$$\begin{array}{c} \text{ضلع} (x) \\ \rightarrow \\ \text{محیط} (y) \end{array} \begin{bmatrix} 1 \\ 4 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 2 \\ 8 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 3 \\ 12 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 4 \\ 16 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 100 \\ 400 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} x \\ 4x \end{bmatrix} \quad y = 4x$$

۲- اگر طول ضلع یک مربع را با x و مساحت مربع را با y نشان دهیم، چه رابطه‌ای $y = x^2$ مساحت با مربع است. هست؟ پس از کامل کردن جدول زیر، هر نقطه را روی نمودار پیدا کنید.



ضلع x (سانتیمتر)	۰	۰/۵	۱	۱/۵	۲	۲/۵	۳
مساحت y (سانتیمتر مربع)	۰	۰/۲۵	۱	۱/۲۵	۴	۶۴/۲۵	۹
مربع	[]	[۰]	[۱]	[۱/۴]	[۴]	[۶۴/۲۵]	[۹]
نقطه‌ها	[]	[۰/۲۵]	[۱]	[۱/۲۵]	[۴]	[۶۴/۲۵]	[۹]

آیا این نقطه‌ها هم روی یک خط راست قرار گرفتند؟ نه

فعالیت

۱- معادله $y = -x + 1$ چند پاسخ دارد؟ پنج پاسخ آن را به صورت زیر بنویسید:

$$\begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases} \quad \begin{cases} x = 2 \\ y = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x = 3 \\ y = -1 \end{cases} \quad \begin{cases} x = 4 \\ y = -2 \end{cases} \quad \begin{cases} x = 5 \\ y = -3 \end{cases}$$

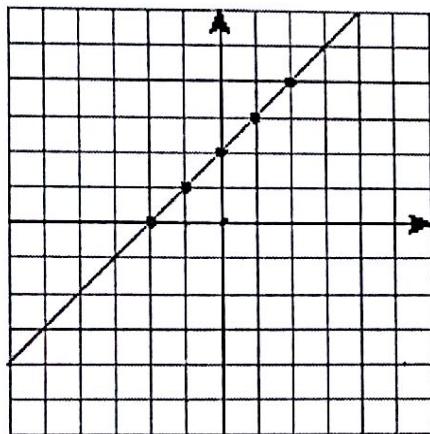
توضیح دهد چگونه پاسخ‌های مختلف این معادله را می‌توان پیدا کرد: در یک مختصات متعامد با قرینه x به اهمام ۱۰

آیا تساوی برای $x = 2$ و $y = 5$ برقرار است؟ نه

توضیح دهد چرا این تساوی معادله است و اتحاد نیست؟

چون هزار نتیجه از مقادیر x ساری برقرار است.

۲- در شکل زیر نمودار یک خط داده شده است. جدول زیر را با توجه به نمودار خط کامل کنید.



x (طول نقطه)	۰	۱	-۱	۲	-۲
y (عرض نقطه)	۲	۳	۱	۴	۰
$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -2 \\ 0 \end{bmatrix}$

عرض با طول آنها نمایمت.

$y = x + 2$ بین طول و عرض نقطه‌ها چه رابطه‌ای هست؟ این رابطه را به صورت یک معادله بنویسید.
۳- پنج جواب برای هر یک از معادله‌های زیر بنویسید.

$$3x - 4y = 7$$

$$y = 2x - 1$$

$$\begin{cases} x = 1 \\ y = -1 \end{cases} \quad \begin{cases} x = 2 \\ y = \frac{1}{4} \end{cases} \quad \begin{cases} x = -1 \\ y = -\frac{19}{4} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 0 \\ y = -1 \end{cases} \quad \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases} \quad \begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \end{cases}$$

توضیح دهید که پیدا کردن جواب در معادله سمت راست راحت‌تر و سریع‌تر است یا در معادله سمت چپ. سمت راست.

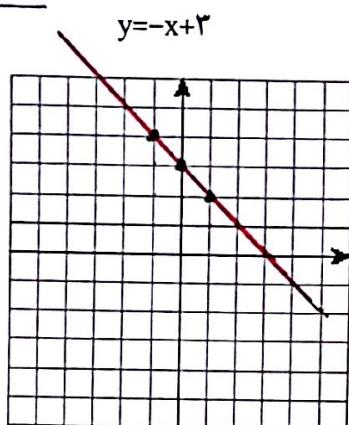
هر معادله به صورت کلی $y = ax + b$ معادله یک خط است؛ زیرا در صورتی که تمام پاسخ‌های آن معادله را به صورت نقطه روی دستگاه مختصات نمایش دهیم، شکل یک خط به دست می‌آید؛ به همین دلیل می‌گوییم x و y با هم رابطه خطی دارند. معادله بالا بیشمار جواب دارد ولی اتحاد نیست.

به عنوان مثال $x + 2$ معادله یک خط است که در آن $a = 1$ و $b = 2$ فرض شده است و نمودار آن را در بالا ملاحظه کردید.

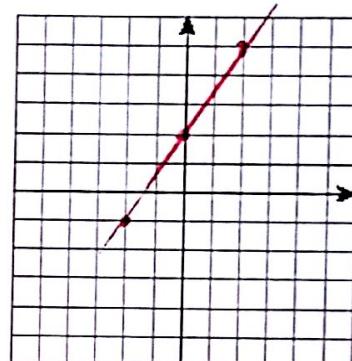
کار در کلاس

۱- نمودار خط‌های با معادله زیر را رسم کنید.

x	0	1	-1
y	3	2	4
	[0]	[1]	[-1]



$$y = \frac{3}{2}x + 2$$



x	0	2	-2
y	2	5	-1
	[0]	[5]	[-1]

۲- آیا خط $y=3x$ از مبدأ مختصات (عنی نقطه $\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$) می‌گذرد؟ چرا؟ بله چون $\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ هم بر صفر است

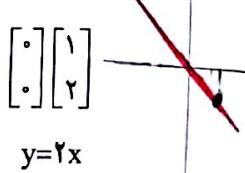
۳- اگر در معادله $y=ax$ به جای a عده‌های مختلفی قرار دهیم، پیشمار معادله خطی مانند $y=3x$, $y=2x$, $y=-x$ و ... به دست می‌آید. آیا می‌توان گفت تمام این خط‌ها از مبدأ مختصات می‌گذرند؟ بله

صورت کلی معادله خط‌هایی است که از مبدأ مختصات می‌گذرند.

فعالیت

۱- در هر مورد دو نقطه از یک خط داده شده است؛ ابتدا خط را رسم کنید و سپس مانند نمونه

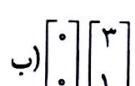
با توجه به مختصات هر نقطه معادله خط را حدس بزنید.



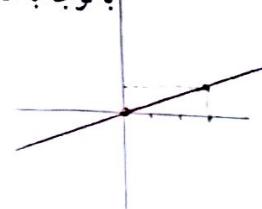
$$y=2x$$



$$y=-x$$



$$y=\frac{1}{3}x$$



۲- در فعالیت ۱ برای هر مورد مختصات دو نقطه دیگر را روی هر خط به دست آورید.

$$\begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -1 \\ -2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -3 \\ -2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 4 \\ 2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -3 \\ -1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 4 \\ 2 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 4 \\ 2 \end{bmatrix}$$

۳- در قسمت (ب) کدام یک از نقطه‌ها با مختصات $\begin{bmatrix} 6 \\ 2 \end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix} 6 \\ 3 \end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix} 6 \\ 4 \end{bmatrix}$ روی خط قرار دارد؟

کار در کلاس

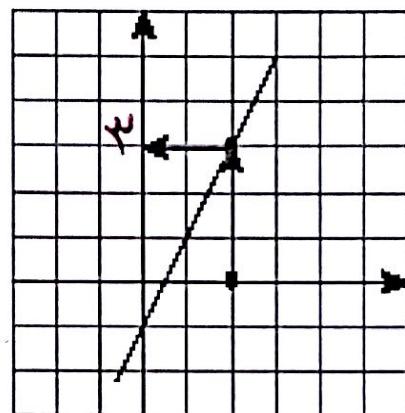
۱- مختصات نقطه‌ای به طول ۲ را روی خط $y = 2x - 1$ پیدا کنید.

با استفاده از معادله خط

$$y = 2x - 1$$

$$y = 2 \times 2 - 1 = 4 - 1 = 3$$

با استفاده از نمودار خط



$$-3 = -\frac{1}{2}x + 2$$

۲- مختصات نقطه‌ای به عرض ۳ را روی خط $y = -\frac{1}{2}x + 2$ پیدا کنید.

$$-\frac{1}{2}x = -3 - 2 = -5 \rightarrow$$

$$x = 10$$

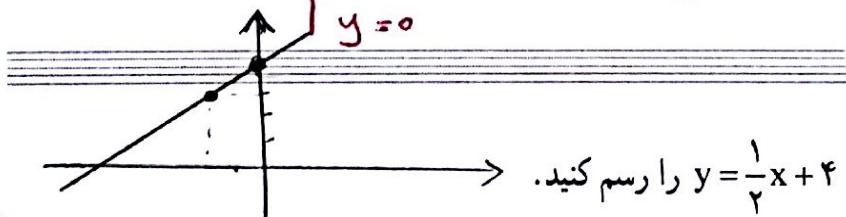
$$\begin{cases} x = 0 \\ y = 5x + 1 = 1 \end{cases}$$

۳- مختصات محل برخورد خط $y = 5x + 1$ با محورهای مختصات پیدا کنید.

$$0 = 5x + 1 \rightarrow x = -\frac{1}{5}$$

تمرین

$$\begin{array}{|c|c|c|c|} \hline x & 0 & -2 & \\ \hline y & 2 & 3 & \\ \hline \end{array} \quad \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} -2 \\ 3 \end{bmatrix}$$



الف) آیا نقطه $\begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix}$ روی این خط است. نه حیر

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

ب) مختصات نقطه‌ای برخورد خط را با محورهای مختصات پیدا کنید.

ج) نقطه‌ای از خط به طول ۱ را پیدا کنید.

$$y = \frac{1}{2}x(-1) + 2$$

$$y = -\frac{1}{2} + 2 = \frac{3}{2}$$

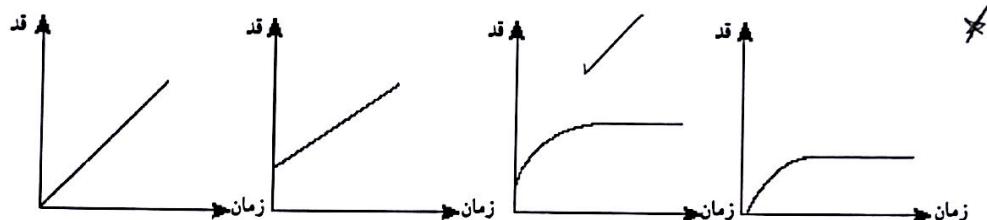
۱۰۰

$$y = 1/1 \times d + 10 = 14$$

۲- طول یک فنر 10 سانتیمتر است. وقتی وزنه‌ای به جرم x به آن وصل شود، طول فنر از رابطه $y = 8x + 10$ پیدا می‌شود. اگر وزنه‌ای به جرم 5 کیلوگرم به آن وصل شود، طول فنر چقدر می‌شود؟

۳- کدام پک از نمودارهای زیر رابطه رشد قد انسان را از هنگام تولد تا بزرگسالی نشان می دهد؟

با توجه به وضعيت‌های مختلف، نمودار آن را توصیف کنید؛ برای مثال بگوید محل برخورد نمودار با محور y به چه معنا است. یعنی زمان تولد دارای قدر کم هر س . بعد از هدتر قدر انسان دستگاht می‌ماند و افزایش نزارد.



۴- دو نقطه از یک خط داده شده است؛ معادله خط را حدس بزنید.
 $y = -x + 3$

$$y = 3x$$

(الف) $\begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$

四

$$\text{c) } \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 4 \end{bmatrix} \quad y = r_m + 1$$

۵- مختصات محل برخورد خط به معادله $y = -x + 2$ را با محورهای مختصات بباید.

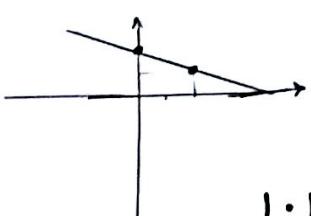
۶- مختصات نقطه‌ای از خط به معادله $y = -\frac{3}{5}x + 4$ را باید که طول آن نقطه ۵ باشد.

۷- خط $y = -\frac{1}{2}x + 2$ را رسم کنید.

آیا نقطه ۲ روی این خط قرار دارد؟ نقطه‌ای به طول ۱- از این خط پیدا کنید.

۲-از این خط سدا کنید.

x	c	y
y	y	1
	[o]	[y]



$$P = -\frac{1}{2}x(-2) + P = 1 + P = P$$

$$y = -\frac{1}{r}x(-1) + r = \frac{1}{r} + r = \frac{r^2 + 1}{r}$$

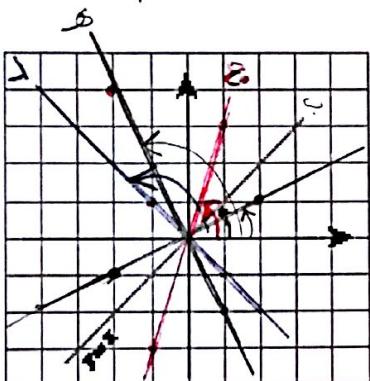
$$-\gamma = -\frac{1}{\gamma} n + \gamma \rightarrow \frac{1}{\gamma} n = \gamma + \gamma = \xi \rightarrow n = \lambda$$

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

فعالیت

۱- خط‌های به معادله‌های زیر را در یک دستگاه محور مختصات رسم کنید؛ هر خط را با یک رنگ بکشید.

(الف) $y = \frac{1}{2}x$ (ب) $y = x$ (ج) $y = 3x$ (د) $y = -x$ (ه) $y = -2x$

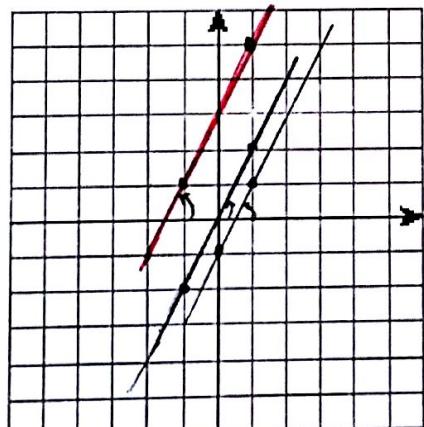


در ضریب $y = ax + b$ ، تمام این خط‌ها از مبدأ مختصات می‌گذرد؛ تفاوت آنها در چیست؟ زاویه هر خط را مانند نمونه با قسمت مثبت محور x طول‌ها مشخص کنید. در خط‌های الف، ب و ج چه رابطه‌ای بین ضریب x و این زاویه وجود دارد؟ ضریب x چه مُسَبَّب است؟ خط‌های د و ه چه نوع زاویه‌ای با جهت مثبت محور x می‌سازند؟ را و سه‌ی باز

۲- خط‌های به معادله‌های زیر را در یک دستگاه مختصات رسم کنید؛ هر خط را با یک رنگ بکشید.

$y = 2x - 1$ ، $y = 2x + 3$

در معادله این خط‌ها ضریب x برابر با ۲ است که به آن شیب خط می‌گوییم. تفاوت خط‌ها در چیست؟ زاویه خط‌های را با محور x ها با هم مقایسه کنید؛ چرا این خط‌ها با هم موازی هستند؟ چون شیب های برابر هستند بین محل برخورد خط با محور عرض‌ها و عدد ثابت معادله چه رابطه‌ای می‌بینید؟ در همان عدد ثابت محور عرض را قطع کرده



در معادله خط $y = ax + b$ ، عدد a ، شیب خط نامیده می‌شود. با تغییر a زاویه خط

با محور طول‌ها تغییر می‌کند. عدد b نشان‌دهنده محل برخورد خط با محور عرض‌ها است؛ به همین دلیل به آن عرض از مبدأ می‌گویند.

به عنوان مثال در خط به معادله $y = -3x + 2$ ، عرض از مبدأ ۲ و شیب خط، -۳ است.

۱- در هر یک از معادله های زیر، شیب و عرض را از مبدأ خط مشخص کنید.

شیب عرض از مبدأ
 $y = 2x - 4$ $y = -\frac{2}{3}x + 1$ عرض از مبدأ

۲- معادله خطی بنویسید که:

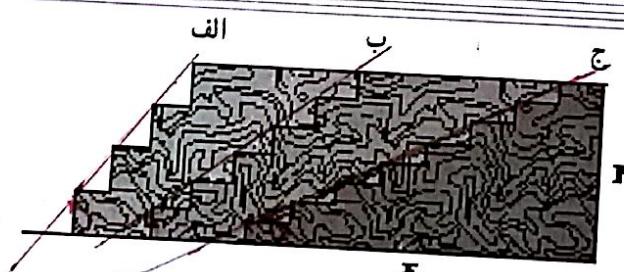
الف) شیب آن ۲ و عرض از مبدأ آن ۱ باشد.

ب) شیب آن $\frac{1}{2}$ باشد و محور عرض ها را در نقطه ای به عرض ۳ قطع کند.

ج) با خط $y = 2x + b$ موازی باشد و از نقطه $\left[\begin{array}{c} 4 \\ 0 \end{array} \right]$ بگذرد.

۳- معادله خطی بنویسید که شیب آن ۲ باشد و از نقطه $\left[\begin{array}{c} 1 \\ 2 \end{array} \right]$ بگذرد.

$$y = ax + b \rightarrow y = 2x + b \rightarrow 2 = 2 \times 1 + b \rightarrow b = 0 \quad \xrightarrow{\text{معادله خط}} y = 2x$$



فعالیت

۱- در این تصویر، سه نوع راه پله می‌بینید؛ در هر سه مورد ارتفاعی که بالا می‌روید یکسان است.

کدام راه پله شیب بیشتری دارد؟ الف

کدام یک، تعداد پله بیشتری دارد؟ ج

بالا رفتن از کدام یک راحت‌تر است؟ ج

۲- در محورهای مختصات مقابل، کدام خط شیب

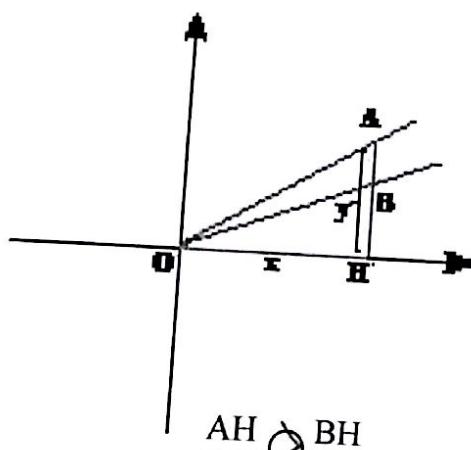
بیشتری دارد؟ OA

نقشه های A و B طول ثابتی دارند ولی عرض آنها

متفاوت است.

کدام یک از دو نسبت زیر بزرگ‌تر است؟ چرا؟

این دو نسبت چه ارتباطی با شیب خط ها دارد؟



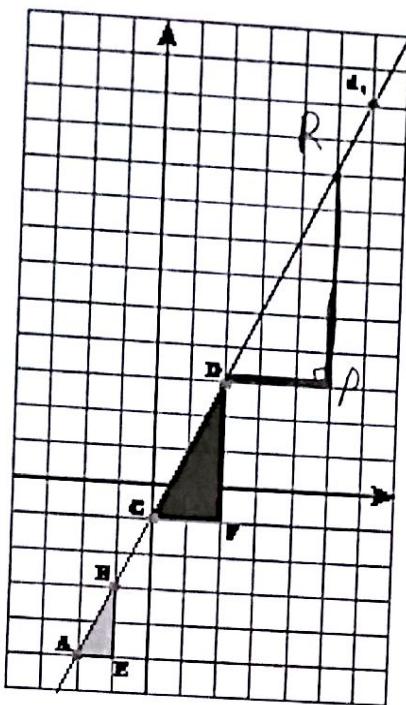
$$\frac{AH}{OH} < \frac{BH}{OH}$$

۱۰۳

چون نقطه A بالاتر از نقطه B است.

AH بُرْدَانست مقدار شیب آن خط هم بُرْدَانست.

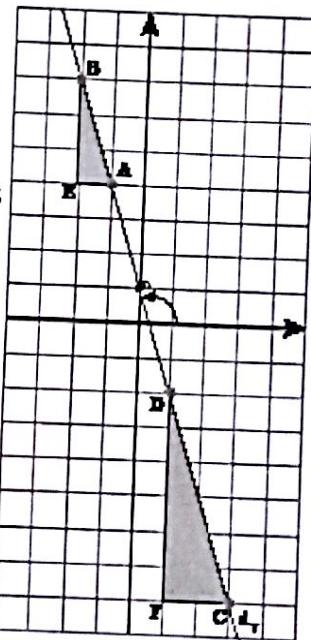
BH کمترانست مقدار شیب آن هم کمترانست



۳- روی خط d_1 به معادله $y = 2x + 1$ دو نقطه دلخواه مثل A و B در نظر گرفته ایم. با توجه به مثلث قائم الزاویه ایجاد شده، شیب خط را به دست آورده ایم.

$$\text{شیب خط } d_1 = \frac{EB}{EA} = \frac{2}{1} = 2$$

برای دو نقطه C و D نیز با توجه به مثلث رسم شده، شیب خط را پیدا کنید. $\frac{FD}{CF} = \frac{3}{3} = 1$ دو نقطه دلخواه دیگر روی خط در نظر بگیرید و با رسم یک مثلث قائم الزاویه شیب خط را دوباره پیدا کنید. $\frac{PR}{DP} = \frac{9}{3} = 3$

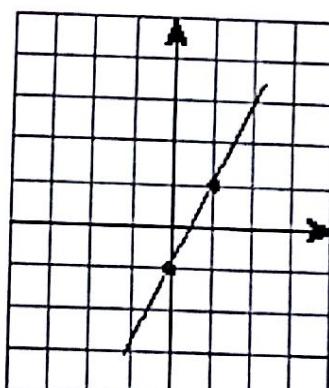
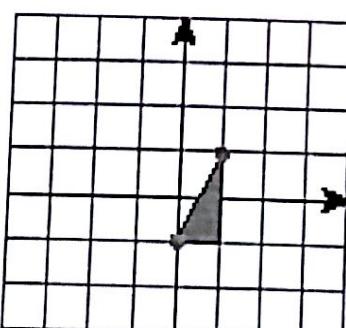
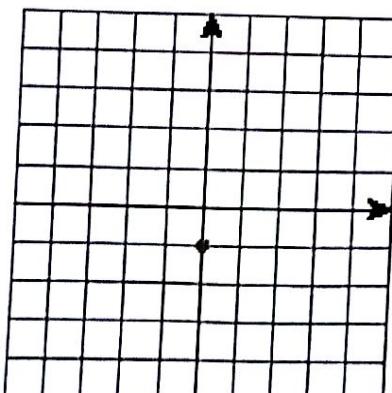


۴- خط d_1 با محور طول، زاویه بزرگتر از 90° می‌سازد؛ پس شیب خط، منفی می‌شود. با توجه به مثلث‌های رسم شده مقدار شیب خط d_1 را پیدا کنید.

$$-\frac{FD}{FC} = -\frac{4}{2} = -2 = \text{شیب خط } d_1 \quad \text{یا } \frac{EB}{EA} = -\frac{3}{1} = -3$$

خط d_1 محور عرض‌هارا در نقطه $[1]$ قطع کرده است یا عرض از مبدأ آن ۱ است. معادله خط d_1 را بنویسید.

۵- با توجه به این بیان از شیب خط در زیر مراحل رسم معادله خط $y = 2x + 1$ باروش دیگری مشخص شده است؛ این روش را توضیح دهید. طریق رسم می‌باشد.



(۳) با داشتن دو نقطه خط رسم می‌شود. (۲) با توجه به مقدار شیب نقطه دیگر پیدا می‌شود. (۱) خط از این نقطه می‌گذرد.

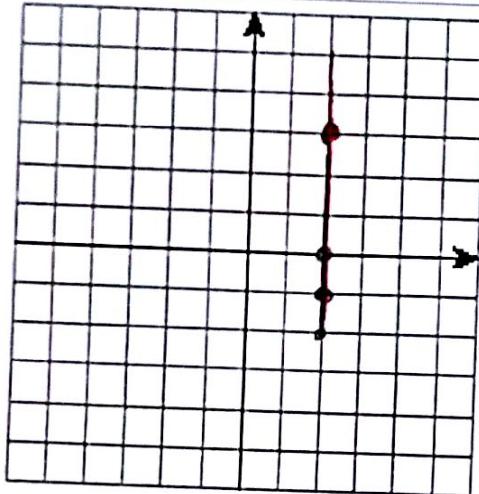
۱۰۴

۱) عرض از مبدأ را مستحضر سیمچه

۲) شیب خط مستحضر می‌شود و نقطه بیس می‌اد.

۳) دو نقطه بیس آنده را بهم وصل و انداده هم ماحاطه برس آید

فعالیت



۱- نقطه‌های $\begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix}$ را در دستگاه مختصات نشان دهید و خطی را رسم کنید که از این دو نقطه می‌گذرد.

روی خط، دو نقطه انتخاب کنید و مختصات آنها را بنویسید.

اگر نقطه دیگری روی این خط در نظر بگیریم،

طول آن برابر است با: ۲ خواهد بود.

یک نقطه دلخواه به طول ۲ بنویسید و روی محور مختصات نشان دهید: تمام نقطه‌ها به طول ۲ روی خط بالا قرار می‌گیرد و معادله آن به صورت $x=2$ است.

۲- صورت کلی معادله‌های خطی به صورت $ax+by=c$ است.

$$a=2, b=3, c=4 \rightarrow 2x + 3y = 4$$

$$a=-1, b=2, c=0 \rightarrow -x + 2y = 0$$

ب) با توجه به خط‌های داده شده، معادله خط را بنویسید؛ کدام خط از مبدأ می‌گذرد؟ خط دوم حیون عرض

$$-3x + 2y = 2 \rightarrow a=-3, b=2, c=2$$

$$y - 2x = 1 \quad \text{یا} \quad 2x - y = -1 \quad \leftarrow y = 2x + 1 \rightarrow a=2, b=-1, c=-1 \quad \text{یا} \quad a=-2, b=1, c=1$$

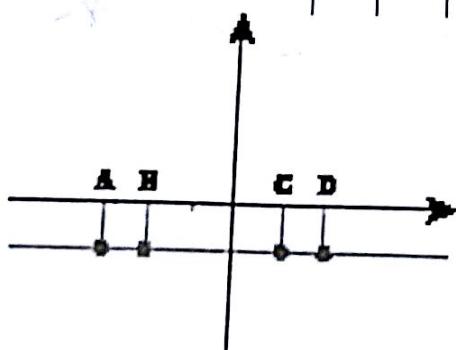
ج) برای خط $x=2$ مقدارهای a , b ، و c را بنویسید.

$$a=1$$

$$b=0$$

$$c=2$$

۳- مختصات نقطه‌های مشخص شده را روی خط



$$\begin{aligned} A &= \begin{bmatrix} -3 \\ -1 \end{bmatrix} & B &= \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \end{bmatrix} \\ C &= \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} & D &= \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

چند

این نقطه ها چه ویژگی مشترکی دارند؟ دارای عرض می باشند
معادله خط رسم شده را بنویسید.

$-1 = \text{c}$
در فرم کلی معادله های خطی به جای a, b و c چه عددهایی قرار دهیم تا معادله خط رسم شده
به دست آید؟

$$ax + by = c$$

↓ ↓ ↓
 صفر ۱ -۱

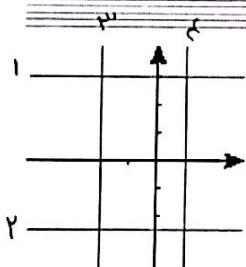
۴- مانند نمونه برای خط های داده شده شیب و عرض از مبدأ را پیدا کنید.



عرض از مبدأ شیب

$$\begin{aligned} 2y - 4x = 8 &\rightarrow 2y = 4x + 8 \rightarrow y = \frac{4}{2}x + \frac{8}{2} \rightarrow y = 2x + 4 \\ 3x - 2y = 6 &\rightarrow -2y = -3x + 6 \rightarrow y = \frac{-3}{-2}x + \frac{6}{-2} \rightarrow y = \frac{3}{2}x - 3 \\ x + 3y - 9 = 0 &\rightarrow 3y = -x + 9 \rightarrow y = \frac{-1}{3}x + \frac{9}{3} \rightarrow y = -\frac{1}{3}x + 3 \end{aligned}$$

کار در کلاس



۱- معادله های خط های رسم شده را در دستگاه مختصات مقابله

کنار هر کدام بنویسید.

$$1 \rightarrow y = 3$$

$$2 \rightarrow y = -3$$

$$3 \rightarrow x = 1$$

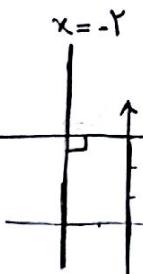
$$\begin{bmatrix} 2 \\ -3 \end{bmatrix}$$

۲- از برخورد دو خط $y = -3$ و $x = 2$ کدام نقطه به دست می آید؟

۳- معادله خطی بنویسید که موازی محور x ها باشد و از نقطه $\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$ بگذرد.

$$y = 1$$

تمرین



$$y = 3$$

۱- خط های به معادله $y = 3$ و $x = -2$ را رسم و مختصات محل برخورد آنها را پیدا کنید. زاویه

$$\begin{bmatrix} -2 \\ 3 \end{bmatrix}$$

بین این دو خط چند درجه است؟ ۹۰ درجه

$y = 0 \rightarrow$ طوفا \rightarrow ۲- معادله محور طول ها و محور عرض ها را بنویسید؛ محل برخورد آنها چه نقطه ای است؟

$x = 0 \rightarrow$ عرض ضرا \rightarrow ۲- شیب و عرض از مبدأ خط های زیر را پیدا و سپس آن خط های را رسم کنید.

$$3y = 2x + 4 \rightarrow y = \frac{2}{3}x + \frac{4}{3}$$

$$4x - 2y = 8$$

$$-2y = -4x + 8$$

$$y = \frac{2}{-2}x + \frac{8}{-2}$$

$$y = 2x - 4$$

$$2x - y = 3$$

$$= \text{ محل برخورد } 1^{\circ}$$

$$10^{\circ}$$

$$-y = -2x + 3$$

$$y = 2x - 3$$

$$y = 2x + 4$$

$$2x - y = -1$$

$$y = 2x + 1$$

$$2x - y = 1$$

$$y = 2x - 1$$

$$2x - y = -3$$

$$y = 2x - 3$$

$$2x - y = 1$$

$$y = 2x + 1$$

$$2x - y = 1$$

$$y = 2x - 1$$

$$2x - y = 1$$

$$y = 2x + 1$$

$$2x - y = 1$$

$$y = 2x - 1$$

$$2x - y = 1$$

$$y = 2x + 1$$

$$2x - y = 1$$

$$y = 2x - 1$$

$$2x - y = 1$$

$$y = 2x + 1$$

$$2x - y = 1$$

$$y = 2x - 1$$

$$2x - y = 1$$

$$y = 2x + 1$$

$$2x - y = 1$$

$$y = 2x - 1$$

$$2x - y = 1$$

$$y = 2x + 1$$

$$2x - y = 1$$

$$y = 2x - 1$$

$$2x - y = 1$$

$$y = 2x + 1$$

$$2x - y = 1$$

$$y = 2x - 1$$

$$2x - y = 1$$

$$y = 2x + 1$$

$$2x - y = 1$$

$$y = 2x - 1$$

$$2x - y = 1$$

$$y = 2x + 1$$

$$2x - y = 1$$

$$y = 2x - 1$$

$$2x - y = 1$$

$$y = 2x + 1$$

$$2x - y = 1$$

$$y = 2x - 1$$

$$2x - y = 1$$

$$y = 2x + 1$$

$$2x - y = 1$$

$$y = 2x - 1$$

$$2x - y = 1$$

$$y = 2x + 1$$

$$2x - y = 1$$

$$y = 2x - 1$$

$$2x - y = 1$$

$$y = 2x + 1$$

$$2x - y = 1$$

$$y = 2x - 1$$

$$2x - y = 1$$

$$y = 2x + 1$$

$$2x - y = 1$$

$$y = 2x - 1$$

$$2x - y = 1$$

$$y = 2x + 1$$

$$2x - y = 1$$

$$y = 2x - 1$$

$$2x - y = 1$$

$$y = 2x + 1$$

$$2x - y = 1$$

$$y = 2x - 1$$

$$2x - y = 1$$

$$y = 2x + 1$$

$$2x - y = 1$$

$$y = 2x - 1$$

$$2x - y = 1$$

$$y = 2x + 1$$

$$2x - y = 1$$

$$y = 2x - 1$$

$$2x - y = 1$$

$$y = 2x + 1$$

$$2x - y = 1$$

$$y = 2x - 1$$

$$2x - y = 1$$

$$y = 2x + 1$$

$$2x - y = 1$$

$$y = 2x - 1$$

$$2x - y = 1$$

$$y = 2x + 1$$

$$2x - y = 1$$

$$y = 2x - 1$$

$$2x - y = 1$$

$$y = 2x + 1$$

$$2x - y = 1$$

$$y = 2x - 1$$

$$2x - y = 1$$

$$y = 2x + 1$$

$$2x - y = 1$$

$$y = 2x - 1$$

$$2x - y = 1$$

$$y = 2x + 1$$

$$2x - y = 1$$

$$y = 2x - 1$$

$$2x - y = 1$$

$$y = 2x + 1$$

$$2x - y = 1$$

$$y = 2x - 1$$

$$2x - y = 1$$

$$y = 2x + 1$$

$$2x - y = 1$$

$$y = 2x - 1$$

$$2x - y = 1$$

$$y = 2x + 1$$

$$2x - y = 1$$

$$y = 2x - 1$$

$$2x - y = 1$$

$$y = 2x + 1$$

$$2x - y = 1$$

$$y = 2x - 1$$

$$2x - y = 1$$

$$y = 2x + 1$$

$$2x - y = 1$$

$$y = 2x - 1$$

$$2x - y = 1$$

$$y = 2x + 1$$

$$2x - y = 1$$

$$y = 2x - 1$$

$$2x - y = 1$$

$$y = 2x + 1$$

$$2x - y = 1$$

$$y = 2x - 1$$

$$2x - y = 1$$

$$y = 2x + 1$$

$$2x - y = 1$$

$$y = 2x - 1$$

$$2x - y = 1$$

$$y = 2x + 1$$

$$2x - y = 1$$

$$y = 2x - 1$$

$$2x - y = 1$$

$$y = 2x + 1$$

$$2x - y = 1$$

$$y = 2x - 1$$

$$2x - y = 1$$

$$y = 2x + 1$$

$$2x - y = 1$$

$$y = 2x - 1$$

$$2x - y = 1$$

$$y = 2x + 1$$

$$2x - y = 1$$

$$y = 2x - 1$$

$$2x - y = 1$$

$$y = 2x + 1$$

$$2x - y = 1$$

$$y = 2x - 1$$

$$2x - y = 1$$

$$y = 2x + 1$$

$$2x - y = 1$$

$$y = 2x - 1$$

$$2x - y = 1$$

$$y = 2x + 1$$

$$2x - y = 1$$

$$y = 2x - 1$$

$$2x - y = 1$$

$$y = 2x + 1$$

$$2x - y = 1$$

$$y = 2x - 1$$

$$2x - y = 1$$

$$y = 2x + 1$$

$$2x - y = 1$$

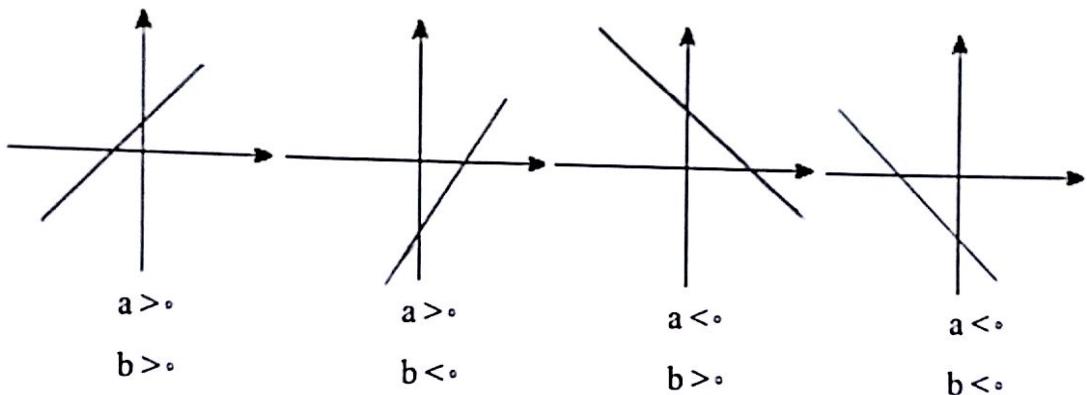
$$y = 2x - 1$$

$$2x - y = 1$$

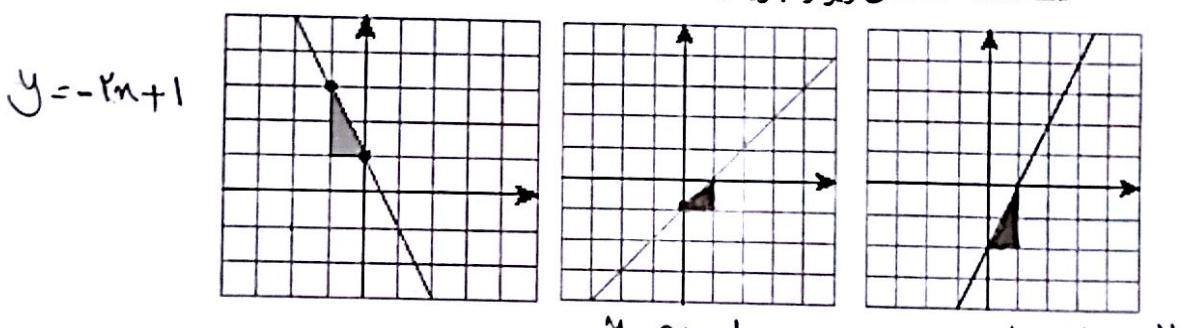
$$y = 2x + 1$$

$$2x - y = 1$$

۴- خط $y = ax + b$ را در نظر بگیرید. در هر یک از حالت‌های مورد نظر، خط را مانند نمونه در دستگاه مختصات رسم کنید.



۵- معادله خط‌های زیر را بنویسید.



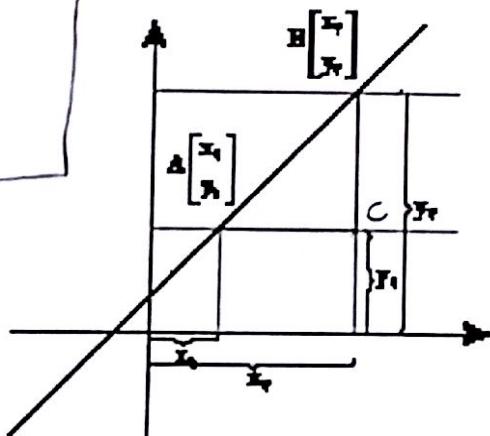
$$2y = 4x + 0 \rightarrow y = 2x + \frac{0}{2}$$

$$y = 2x + b \xrightarrow{\text{بگذردن}} -1 = 2x + b$$

$$b = -1 - 2 = -3$$

$$y = 2x - 3$$

۶- معادله خطی بنویسید که با خط $2y - 4x = 5$ موازی باشد و از نقطه $\begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$ با توجه به شکل مقابل نشان دهد.



$$\text{شیب خط} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$\text{شیب خط} = \frac{BC}{AC} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

۷- دو نقطه از یک خط هستند: شیب خط را پیدا کنید و معادله خط را بنویسید.

$$\text{شیب} = \frac{2 - (-1)}{4 - 3} = \frac{3}{-1} = -3$$

$$1 \cdot 7 \quad y = -3x + b$$

$$\xrightarrow{1 \cdot 4} 2 = -3 \times 3 + b \rightarrow 2 + 9 = b \rightarrow b = 11$$

فعالیت

۱- هزینه اشتراک یک خط اینترنت روی تلفن همراه ۳۰۰۰ تومان مبلغ ثابت و ۲۰۰۰ تومان برای هر ساعت استفاده است. هزینه کلی x ساعت استفاده از اینترنت را با y نشان دهد و رابطه ای بین y و x بنویسید.

یک نوع دیگر از اشتراک اینترنت بدون مبلغ ثابت است؛ ولی برای هر ساعت استفاده، ۳۰۰۰ تومان هزینه دارد. رابطه ای بین هزینه اشتراک (y) و x ساعت استفاده از اینترنت را در این حالت بنویسید.

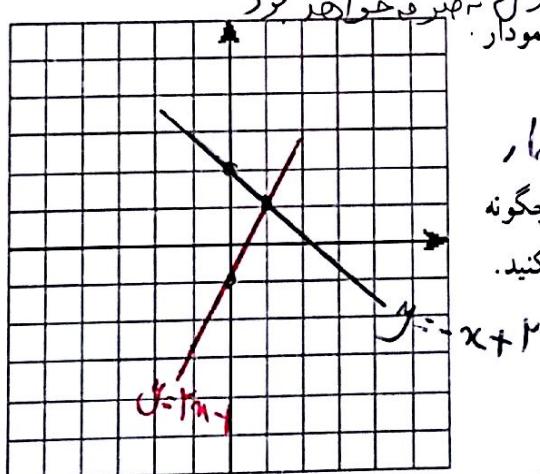
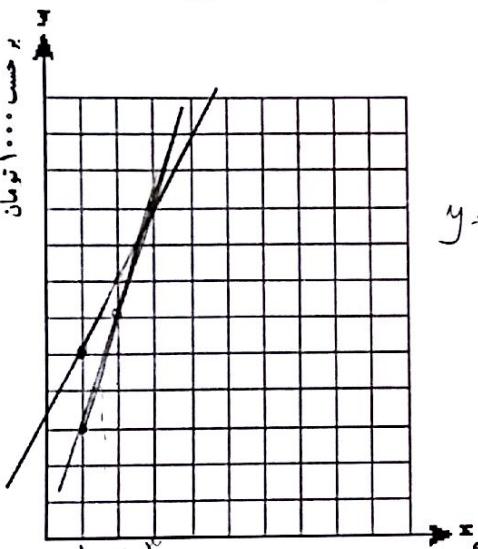
$y = 3000x + 3000$

عمل برخورد دو خط معادله های دارد؟ برای $\frac{1}{5}$ ساعت استفاده، کدام نوع اشتراک بهتر است؟ بعد از چند ساعت استفاده از اینترنت، اشتراک نوع اول به صرفه خواهد بود؟

برای اینجا $5 \frac{3}{5}$ ساعت اینترنت هزینه کمتر ۱۰۰۰ تومان نخواهد بود.

معادله ۱: $y = 2x - 1$

معادله ۲: $y = -x + 2$



عمل برخورد دو خط جواب
مُتذکر برسی دو معادله است.

آن را رسم کنید. سیمار

معادله $y = -x + 2$ چند جواب دارد؟ سیمار
نمودار آن را رسم کنید. توضیح دهید چگونه
یک جواب مشترک برای این دو معادله پیدا می کنید.

کار در کلاس

با رسم خط‌ها، دستگاه معادله‌های خطی زیر را حل کنید؛ یعنی یک جواب مشترک برای دو

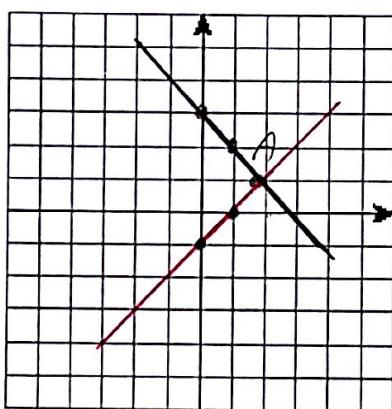
$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline x & 0 & 1 \\ \hline y & -1 & 0 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{cases} x-y=1 \rightarrow y=x-1 \\ x+y=3 \rightarrow y=-x+3 \end{cases}$$

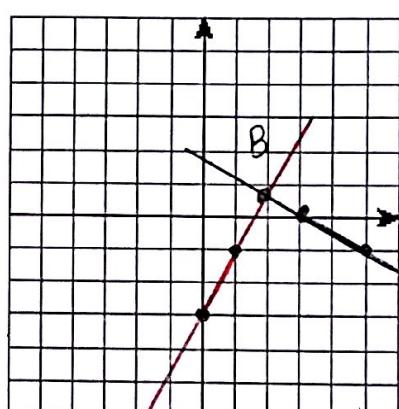
$$\begin{cases} 2x-y=3 \rightarrow y=2x-3 \\ x+2y=3 \rightarrow y=\frac{-x}{2}+\frac{3}{2} \end{cases}$$

معادله پیدا کنید.

$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline x & 0 & 1 \\ \hline y & 3 & 2 \\ \hline \end{array}$$



$$A = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

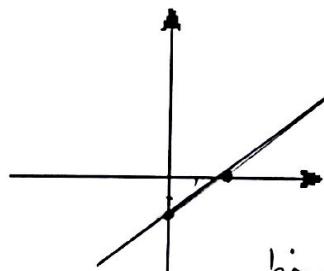


$$B = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline x & 0 & 1 \\ \hline y & -3 & -1 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline x & 0 & 1 \\ \hline y & -1 & 0 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline x & 0 & \frac{2}{3} \\ \hline y & -\frac{2}{3} & 0 \\ \hline \end{array}$$



$$1- خط 4x-2y=4 را رسم کنید. خط به معادله$$

که در آن تمام عددهای معادله بالا دو برابر شده است را رسم کنید.

الف) آیا خط جدیدی بدست آمد؟ خیر

ب) چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟ اگر تمام ضرب‌های عددی یک معادله

خرارا در یک عدد ضرب کنیم دو خط برهم منطبق خواهد بود و خط

ج) آیا می‌توان گفت این دستگاه معادله خطی بی شمار جواب حدی ثابت نداشته باشد.

دارد؟ چرا؟ بله. می‌توان دو خط برهم منطبق شده و هم ر

لطف مُترک خواهند داشت.

فعالیت

۲- به مثال‌های زیر توجه کنید:

$$\begin{array}{r} 2=2 \\ + 5=5 \\ \hline 7=7 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} x = x \\ + 2x = 2x \\ \hline 3x = 3x \end{array}$$

ج)



از این مثال چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟ اگر دو طرف دو تساوی را با هم جمع کنیم، باز سوابع خواهد داشت.

۳- با توجه به نتیجه‌هایی که از سوال‌های بالا گرفتید، توضیح دهید که چگونه دستگاه معادله‌های

زیر حل شده است. در هر قسمت مشخص کنید از کدام نتیجه استفاده شده است:

$$\begin{array}{r} x-y=1 \\ x+y=3 \\ \hline 2x=4 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \times \begin{cases} 2x-y=3 \\ x+2y=4 \end{cases} \\ \hline 5x=10 \end{array}$$

با ضرب عدد به طرفین سوابع

کنی از مترابع تر نشود

و با جمع طرفین کنی از مجهولات

حذف من سه روایانه نشود

الف حمل من سه روایانه نشود.

$$x=2 \quad x+y=3$$

$$2+y=3 \rightarrow y=1$$

$$2+2y=4$$

$$2y=2 \rightarrow y=1$$

$$\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} : \text{ جواب دستگاه}$$

بکی از راه‌های حل کردن دستگاه معادله‌های خطی، حذف کردن x یا y است تا
به یک معادله یک مجهولی برسیم؛ نام این روش، حذفی است.

کار در کلاس

دستگاه‌های معادله‌های خطی زیر را حل کنید.

\cancel{x} در معادله اول

$$\begin{cases} x-y=1 \\ 4x+2y=6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -2 \\ 2 \end{cases} \begin{cases} 3x-5y=1 \\ 2x+3y=7 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -4x+10y=-2 \\ 4x+9y=21 \end{cases}$$

$$19y = 19$$

$$y = \frac{19}{19} = 1$$

$$4m - \Delta \times 1 = 1 \quad \text{ج} \quad \text{ج} \quad \frac{\Delta}{2}$$

$$4m = \Delta + 1 - \Delta$$

$$m = \frac{\Delta}{4} = 2$$

$$\begin{cases} -1 \\ 2 \end{cases} \begin{cases} 3x+2y=50 \\ 2x+2y=35 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -3m-2y=-\Delta \\ 2m+2y=\Delta \end{cases} \quad \text{ج} \quad \text{ج} \quad \frac{\Delta}{2}$$

$$-x = -15 \rightarrow x = 15$$

$$3x+2y=50$$

$$2y = 50 - 3x = \Delta$$

$$y = \frac{\Delta}{2}$$

$$\text{ج} \quad \frac{\Delta}{2}$$

۱- دستگاه معادله های خطی زیر را به روش دیگری نیز می توان حل کرد.

$$\begin{cases} 2x - 3y = 5 \\ y = \frac{1}{3}x - \frac{2}{3} \end{cases}$$

$$y = \frac{1}{3}x - \frac{2}{3} = 1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$$

ج | $\frac{1}{3}$

(راهنمایی: هدف این است که به یک معادله یک مجهولی برسیم؛ بنابراین مقدار y را از معادله بایین در معادله بالا قرار دهید تا یک معادله یک مجهولی به دست آید؛ نام این روش، جایگزینی است).

$$2x - 3 = 3 \rightarrow x = 2 \rightarrow 2x - 2 = 5 \rightarrow 2x - 2 = 5 \rightarrow 2x = 7 \rightarrow x = \frac{7}{2}$$

نقش باز

۲- «طول یک مستطیل از دو برابر عرض آن ۳ سانتیمتر کمتر است. اگر محیط مستطیل ۲۴ سانتیمتر باشد، طول و عرض مستطیل را پیدا کنید.» این مسئله توسط سه دانشآموز حل شده است. روش‌های هر کدام را توضیح دهید و کامل کنید.

روش ۱: $2x - 3 = 3$
بروشن جایلذتی حل ۰۸

$$2(x + 2x - 3) = 24 \rightarrow 2x + 2x - 3 = 12 \rightarrow 4x - 3 = 12 \rightarrow 4x = 15 \rightarrow x = \frac{15}{4}$$

روش ۲:

y : طول مستطیل و x : عرض مستطیل

$$\begin{cases} y = 2x - 3 \\ 2(x + y) = 24 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 2x - y = 3 \\ 2x + 2y = 24 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -y - 2y = 3 - 24 \\ -3y = -21 \end{cases} \rightarrow y = 7$$

با ذوق دار از خطی و حل دستگاه های معادله های خطی بروشن حذفی مایه های ۰۹

$$y = 2x - 3 \rightarrow 7 = 2x - 3 \rightarrow 2x = 7 + 3 \rightarrow 2x = 10 \rightarrow x = 5$$

روش ۳: y : طول مستطیل و x : عرض مستطیل

$$\begin{cases} y = 2x - 3 \\ 2(x + y) = 24 \end{cases} \rightarrow 2(x + 2x - 3) = 24 \rightarrow 2x + 2x - 3 = 12 \rightarrow 4x - 3 = 12 \rightarrow 4x = 15 \rightarrow x = \frac{15}{4}$$

کرد ۰

بین روش‌های اول و سوم چه شباهتی هست؟

هر دو از روش جایلذتی استفاده می‌کنند

معلمات (واضح ص ١١٢)

وسترنز

$$\begin{aligned} -2x \left\{ \begin{array}{l} x+y=20 \\ 2x+4y=84 \end{array} \right. & \quad \left\{ \begin{array}{l} -2x-4y=-40 \\ 2x+4y=84 \end{array} \right. \\ & \underline{4x = 44} \\ & x=11 \\ & y=20-x=12 \end{aligned}$$

$$x+y=20$$

$$y=20-x=12$$

$$\begin{aligned} -2x \left\{ \begin{array}{l} 2x-4y=12 \\ 2x-4y=0 \end{array} \right. & \quad \left\{ \begin{array}{l} -2x+4y=12 \\ 2x-4y=0 \end{array} \right. \\ & \underline{4y = 12} \\ & y=3 \end{aligned}$$

معادله جواب ندارد.

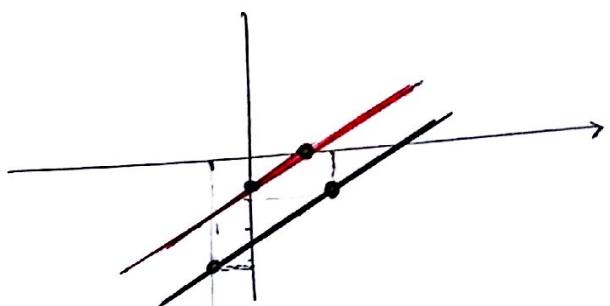
معلمات

$$2x-4y=12$$

$$\begin{array}{c|cc} x & -1 & 2 \\ \hline y & -3 & -1 \\ \hline & 1 & 1 \end{array}$$

$$2x-4y=0$$

$$\begin{array}{c|cc} x & 0 & \frac{1}{2} \\ \hline y & -\frac{3}{4} & 0 \\ \hline & 0 & \frac{1}{4} \end{array}$$



دھنخ باهم موازنند و حل برخور دنارند

$$2x-4y=12 \rightarrow -4y=-2x+12 \rightarrow y=\frac{-2}{-4}x+\frac{12}{-4} \Rightarrow y=\frac{1}{2}x-\frac{3}{2}$$

$$2x-4y=0 \rightarrow -4y=-2x \rightarrow y=\frac{-2}{-4}x=\frac{1}{2}x$$

تیب خطها برابرند بنھن خطوط موازنند و همگیر اقصان گزند

$$y=\frac{1}{2}x-\frac{3}{2}$$

در نتیجہ معادله جواب ندارد

$$\begin{cases} 2x - 2y = 2 \\ 2x + y = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x - 2y = 2 \\ 2x + 2y = 8 \end{cases} \quad \begin{array}{l} \text{سوال ۱} \\ \text{سوال ۲} \end{array}$$

$x = 2$

$y = 4 - 2x$

$y = 2$

هرس خطی جواب
مشترک دارد

$$2x - 2y = 2 \rightarrow 2(2y + v) - 2y = 2 \rightarrow 4y + 2v - 2y = 2 \rightarrow 2y + 2v = 2 \rightarrow y + v = 1 \quad \text{دستگاه زیر را به روش جایگزینی حل کنید.}$$

$-y = 1 - 2v = 1 \rightarrow y = -1$

$\begin{cases} x - 3y = v \rightarrow x = 3y + v \\ 2x - 2y = 2 \quad x = 3x(-1) + v \\ \text{م} = 1 \end{cases}$

$\begin{cases} 3x - y = 6 \rightarrow y = 3x - 6 \\ 2x + \frac{1}{3}y = 1 \rightarrow 2x + \frac{1}{3}(3x - 6) = 1 \rightarrow 2x + x - 2 = 1 \rightarrow 3x - 2 = 1 \rightarrow 3x = 3 \rightarrow x = 1 \\ 3x = 1 \rightarrow x = \frac{1}{3} \end{cases}$

$y = 3x - 6 = 3 - 6 = -3$

تمرين

۱- دستگاه زیر را حل کنید.

$\begin{cases} 2x + y = 4 \\ -x + 2y = 1 \end{cases} \quad \begin{array}{l} \text{در برابر} \\ \text{در برابر} \end{array}$

- ۲- عدد توانار با پارهای مختلف یک جواب برای x و y طوری تعیین کنید که تساوی زیر برقرار باشد.
برابر صفر باشد. پس $x = 1 - y$ و $y = 2 - x$ خواهد بود
- ۳- معادله خطی بنویسید که از محل برخورد دو خط $x+y=1$ و $x-y=1$ باشد. $b = \frac{2}{3}$
- ۴- در معادله $y = ax + 1$ اگر به جای a عددی متفاوت قرار دهیم، معادله خطی زیادی بدست می آید. به ازای $a = 2$ و $a = -1$ این خطها را رسم کنید؛ این خطوط چه ویژگی مشترکی دارند؟
- ۵- در یک مزرعه، ۲ شترمرغ و ۲ گاو وجود دارد. پاهای آنها ۵۶ عدد است. در این مزرعه از خط $x + y = 10$ کی لذت برداشت.
- ۶- دستگاه معادله خطی زیر را از دو روش حذفی و ترسیمی حل کنید.
- * صفحه قبل

$$\begin{cases} 2x - 3y = 7 \\ 4x - 6y = 5 \end{cases}$$

آیا این دستگاه جواب دارد؟

شبیب هر دو خط را بدست آورید. توضیح دهید چرا نقطه مشترکی به عنوان جواب معادله به دست نمی آید.

۷- مجموع سن علی و پدرش ۷۰ سال و اختلاف آنها ۲۶ سال است. سن هر یک را با تشکیل دستگاه معادلات بدست آورید.

۱۱۲

$$\begin{cases} y + x = 70 \\ y - x = 26 \end{cases} \quad \begin{array}{l} x + y = 70 \\ x = 70 - 48 = 22 \end{array}$$

سن علی

$y = 48$

سن پدر